

AULA 4

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

Prof. Gerônimo V. Tagliaferro

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Regimes ou movimentos variado e permanente

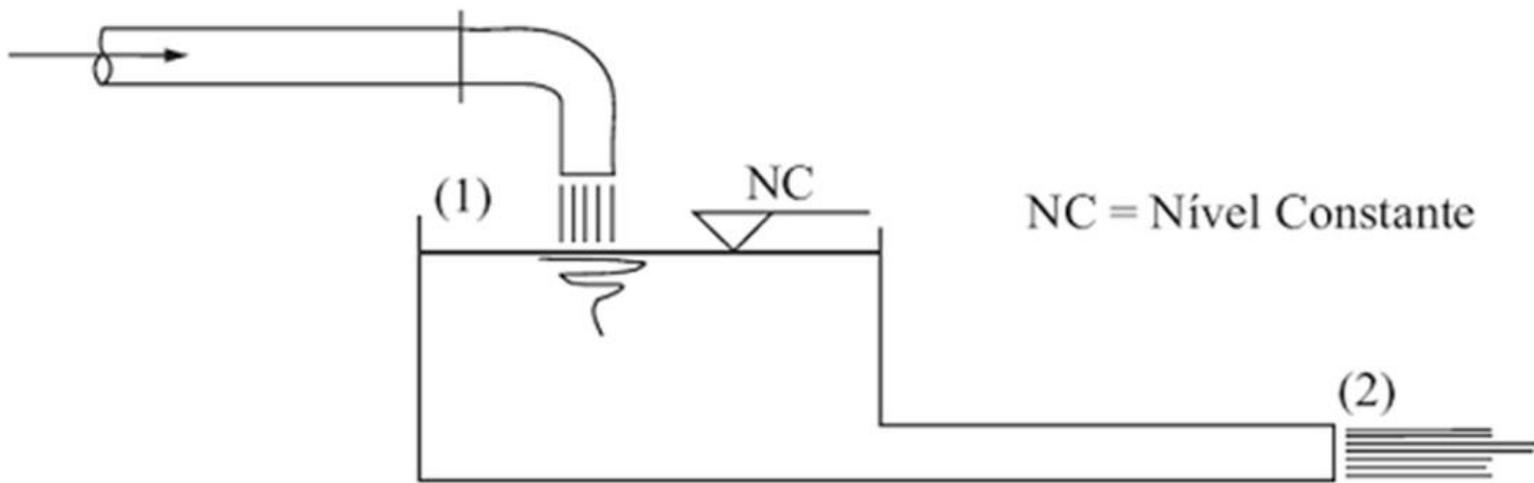
Regime permanente é aquele em que as propriedades do fluido são invariáveis em cada ponto com o passar do tempo.

Isso significa que, apesar de um certo fluido estar em movimento, a configuração de suas propriedades em qualquer instante permanece a mesma.

Um exemplo prático disso será o escoamento pela tubulação do tanque da figura a seguir, desde que o nível dele seja mantido constante.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Regimes ou movimentos variado e permanente



Nesse tanque, a quantidade de água que entra em (1) é idêntica à quantidade de água que sai por (2); nessas condições, a configuração de todas as propriedades do fluido, como velocidade, massa específica, pressão, etc., será, em cada ponto, a mesma em qualquer instante.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Regimes ou movimentos variado e permanente

Regime variado é aquele em que as condições do fluido em alguns pontos ou regiões de pontos variam com o passar do tempo. Se no exemplo da figura anterior não houver fornecimento de água por (1), o regime será variado em todos os pontos.

Denomina-se reservatório de grandes dimensões um reservatório do qual se extrai ou no qual se admite fluido, mas, devido à sua dimensão transversal muito extensa, o nível não varia sensivelmente com o passar do tempo.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

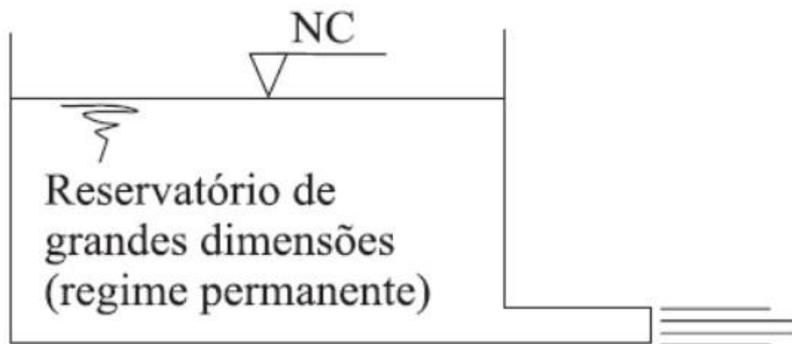
Regimes ou movimentos variado e permanente

Em um reservatório de grandes dimensões, o nível mantém-se aproximadamente constante com o passar do tempo, de forma que o regime pode ser considerado aproximadamente permanente.

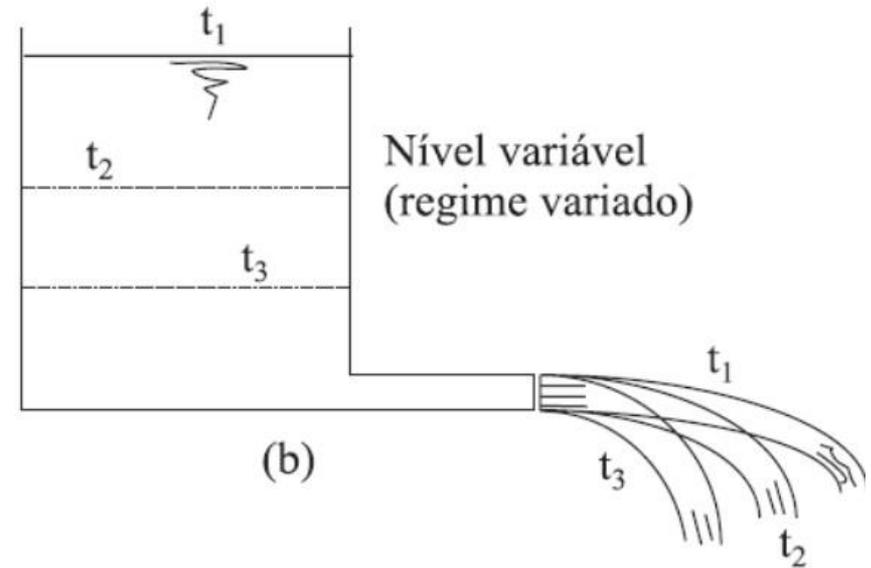
A figura (a) mostra um reservatório de grandes dimensões, em que, apesar de haver uma descarga do fluido, o nível não varia sensivelmente com o passar do tempo, e o regime pode ser considerado permanente.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Regimes ou movimentos variado e permanente



(a)



(b)

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Regimes ou movimentos variado e permanente

A figura (b) mostra um reservatório em que a seção transversal é relativamente pequena em face da descarga do fluido. Isso faz com que o nível dele varie sensivelmente com o passar do tempo, havendo uma variação sensível da configuração do sistema, caracterizando um regime variado.

ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

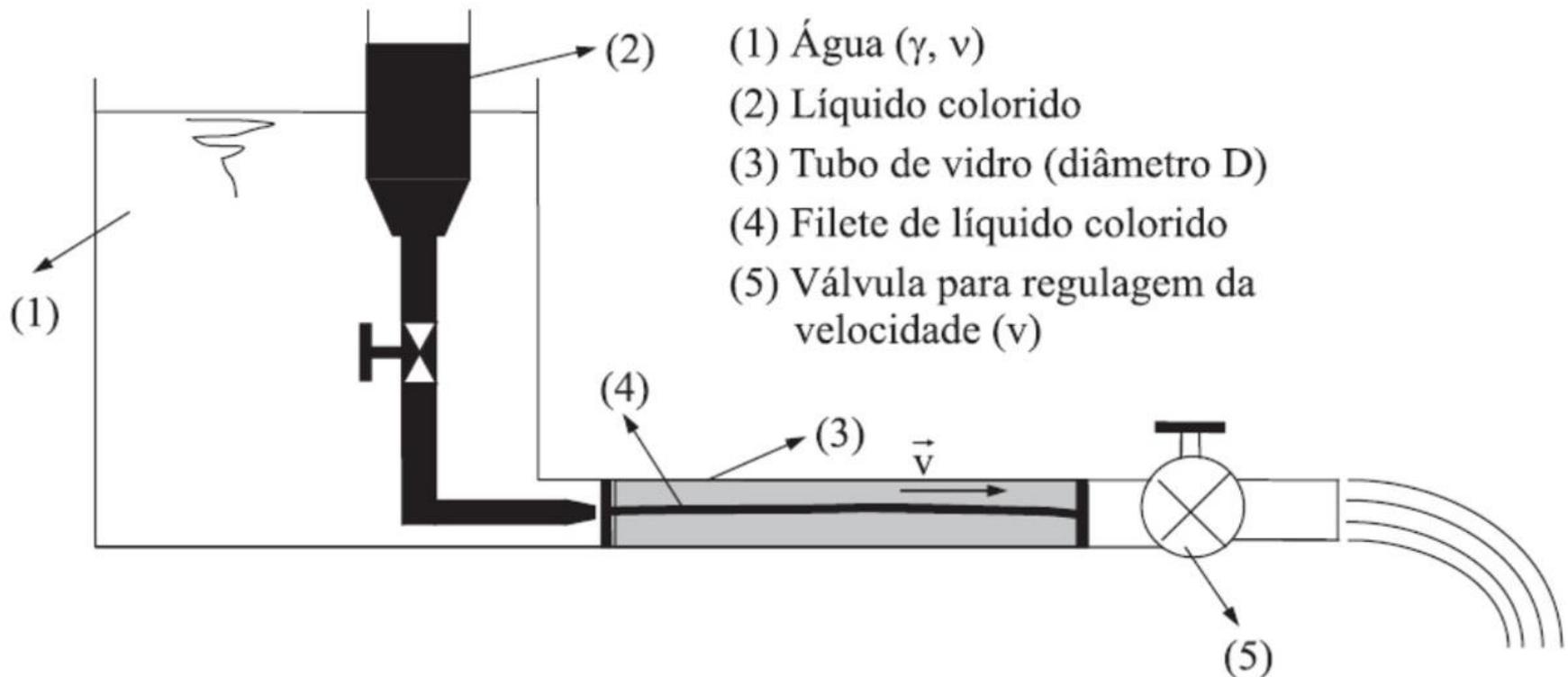
Para definir esses dois tipos de escoamentos, recorre-se à experiência de Reynolds (1883), que demonstrou a sua existência.

Seja, por exemplo, um reservatório que contém água. Um tubo transparente é ligado ao reservatório e, no fim deste, uma válvula permite a variação da velocidade de descarga da água. No eixo do tubo é injetado um líquido corante do qual se deseja observar o comportamento, conforme mostrado na figura a seguir.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

- Experimento de Reynolds (1883)



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

Nota-se que ao abrir pouco a válvula, portanto para pequenas velocidades de descarga, forma-se um filete reto e contínuo de fluido colorido no eixo do tubo (3). Ao abrir mais a válvula (5), o filete começa a apresentar ondulações e finalmente desaparece a uma pequena distância do ponto de injeção. Nesse último caso, como o nível (2) continua descendo, conclui-se que o fluido colorido é injetado, mas, devido a movimentos transversais do escoamento, é totalmente diluído na água do tubo (3).

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

Esses fatos denotam a existência de dois tipos de escoamentos separados por um escoamento de transição.

No primeiro caso, em que é observável o filete colorido reto e contínuo, conclui-se que as partículas viajam sem agitações transversais, mantendo-se em lâminas concêntricas, entre as quais não há troca macroscópica de partículas.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

No segundo caso, as partículas apresentam velocidades transversais importantes, já que o filete desaparece pela diluição de suas partículas no volume de água.

Escoamento laminar é aquele em que as partículas se deslocam em lâminas individualizadas, sem trocas de massa entre elas.

Escoamento turbulento é aquele em que as partículas apresentam um movimento aleatório macroscópico, isto é, a velocidade apresenta componentes transversais ao movimento geral do conjunto do fluido.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

O escoamento laminar é o menos comum na prática, mas pode ser visualizado num filete de água de uma torneira pouco aberta ou no início da trajetória seguida pela mudança de um cigarro, já que a uma certa distância dele notam-se movimentos transversais.

Reynolds verificou que o fato de o movimento ser laminar ou turbulento depende do valor do número adimensional dado por:

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu}$$

Esta expressão se chama número de Reynolds e mostra que o tipo de escoamento depende do conjunto de grandezas v , D e ν , e não somente de cada uma delas.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

Reynolds verificou que, no caso de tubos, seriam observados os seguintes valores:

$Re < 2000$ Escoamento laminar

$2000 < Re < 2400$ Escoamento de transição

$Re > 2400$ Escoamento turbulento

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

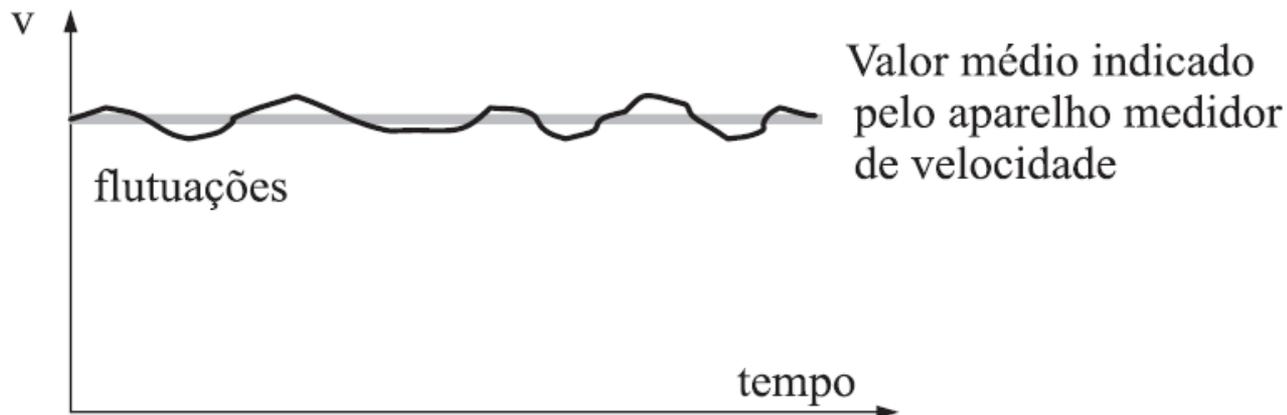
Note-se que o movimento turbulento é variado por natureza, devido às flutuações da velocidade de cada ponto. Pode-se, no entanto, muitas vezes, considerá-lo permanente, adotando em cada ponto a média das velocidades em relação ao tempo.

Esse fato é comprovado na prática, já que somente aparelhos muito sensíveis conseguem indicar as flutuações dos valores das propriedades de cada ponto.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

A maioria dos aparelhos, devido ao fato de apresentarem uma certa inércia na medição, indicará um valor permanente em cada ponto que corresponderá exatamente à média citada anteriormente.



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Escoamento laminar e turbulento

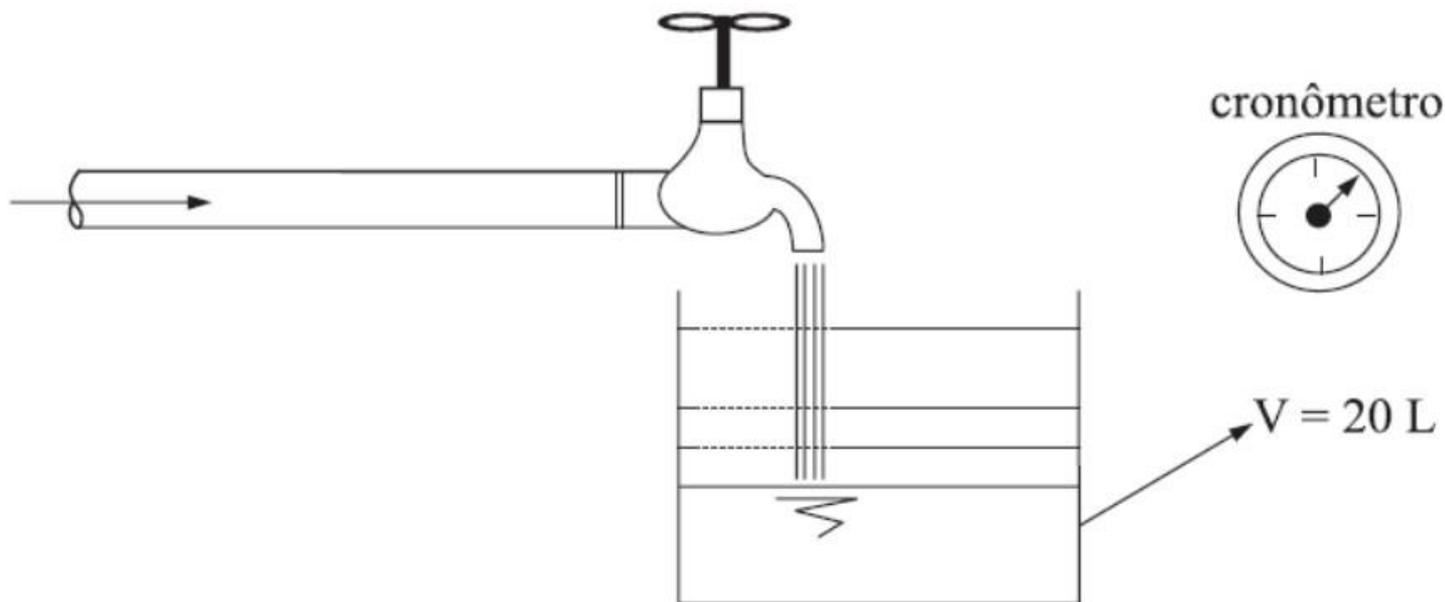
Assim, mesmo que o escoamento seja turbulento, poderá, em geral, ser admitido como permanente em média nas aplicações.

VAZÃO
VELOCIDADE MÉDIA NA SEÇÃO

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

A vazão em volume pode ser definida facilmente pelo exemplo da figura a seguir.



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

Suponha-se que, estando a torneira aberta, seja empurrado o recipiente da figura anterior embaixo dela e simultaneamente seja disparado o cronômetro. Admita-se que o recipiente encha em 10 s.

Pode-se então dizer que a torneira enche 20 L em 10 s ou que a vazão em volume da torneira é $20 \text{ L}/10 \text{ s} = 2 \text{ L/s}$.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

Define-se vazão em volume Q como o volume de fluido que atravessa uma certa seção do escoamento por unidade de tempo.

$$Q = \frac{V}{t}$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

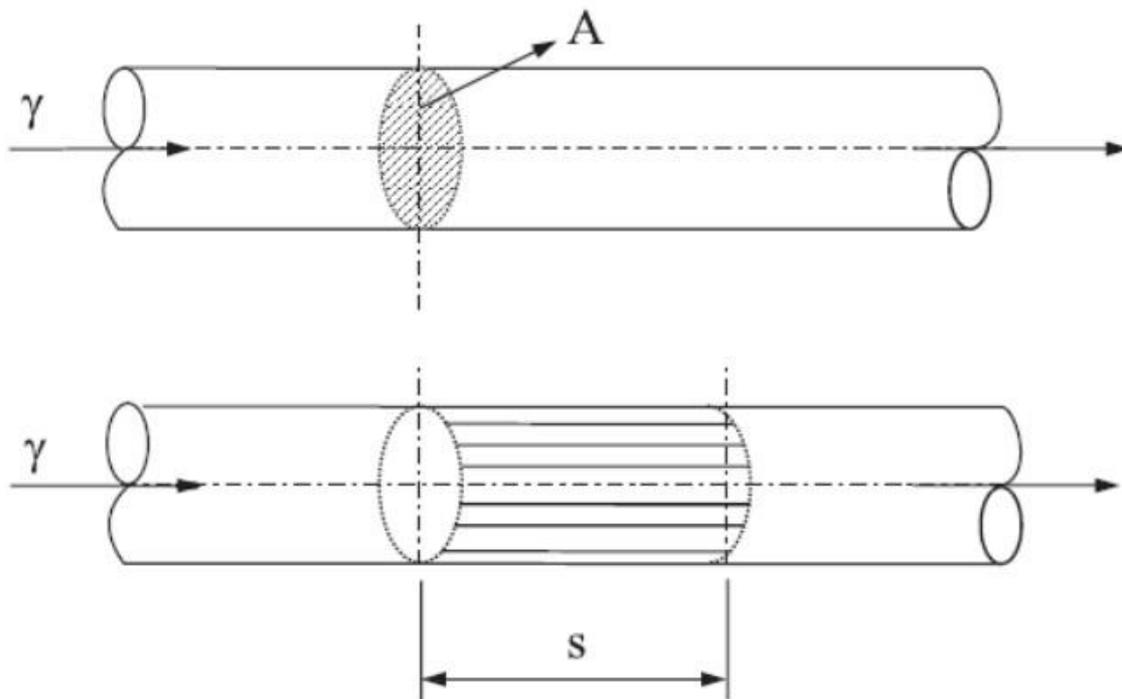
Vazão – Velocidade média na seção

As unidades correspondem à definição: m^3/s , L/s , m^3/h , L/min , ou qualquer outra unidade de volume ou capacidade por unidade de tempo.

Existe uma relação importante entre a vazão em volume e a velocidade do fluido, conforme mostrada na figura a seguir.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

Suponha-se o fluido em movimento da figura.

No intervalo de tempo t , o fluido se desloca através da seção de área A a uma distância s .

O volume de fluido que atravessa a seção de área A no intervalo de tempo t é $V = sA$.

Logo, a vazão será:

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{sA}{t} \quad \text{mas} \quad \frac{s}{t} = v$$

Logo:

$$Q = v \cdot A$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

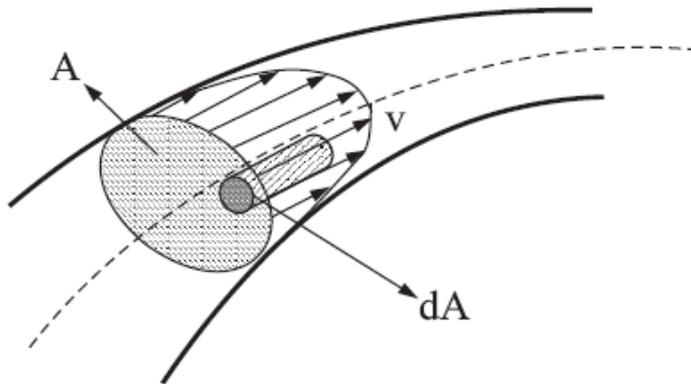
Vazão – Velocidade média na seção

É claro que essa expressão só seria verdadeira se a velocidade fosse uniforme na seção.

Na maioria dos casos práticos, o escoamento não é unidimensional; no entanto, é possível obter uma expressão do tipo da equação $Q = v A$ definindo a velocidade média na seção.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção



Obviamente, para o cálculo da vazão, não se pode utilizar a equação anterior, pois v é diferente em cada ponto da seção.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

Adotando um dA qualquer entorno de um ponto em que a velocidade genérica é v , como mostrado na figura anterior, tem-se:

$$dQ = v \, dA$$

Logo, a vazão na seção de área A será:

$$Q = \int_A v \, dA$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

Define-se velocidade média na seção como uma velocidade uniforme que, substituída no lugar da velocidade real, reproduziria a mesma vazão na seção.

Logo:

$$Q = \int_A v dA = v_m A$$

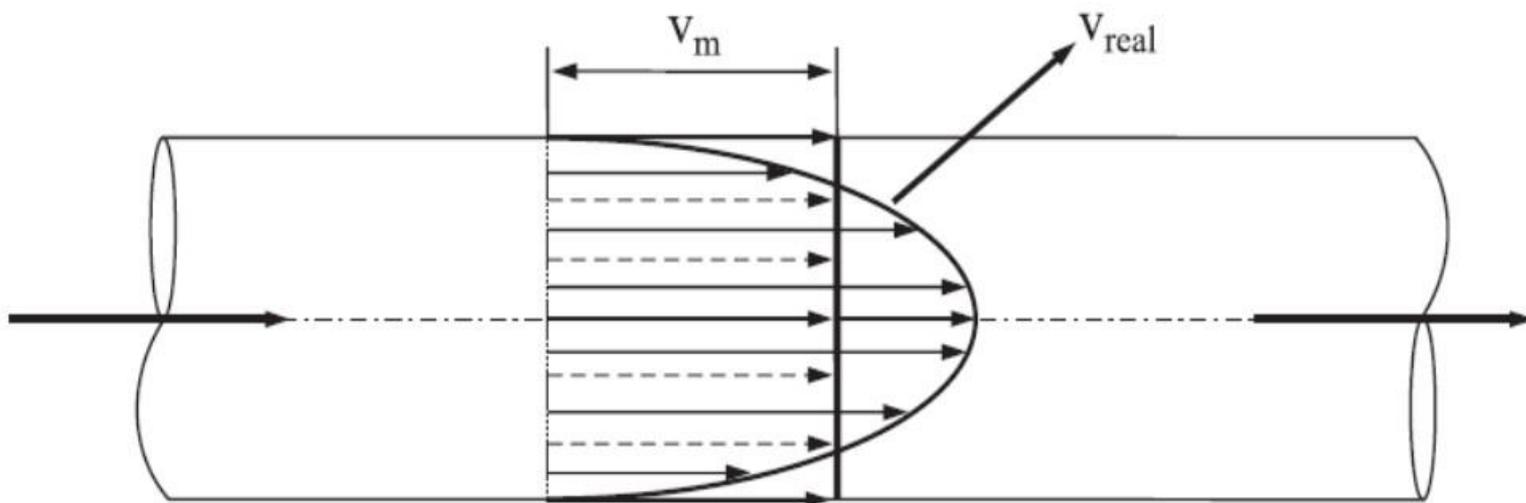
CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Vazão – Velocidade média na seção

Dessa igualdade, surge a expressão para o cálculo da velocidade

média na seção:

$$v_m = \frac{1}{A} \int_A v dA$$



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Outras definições:

Assim como se define a vazão em volume, podem ser analogamente definidas as vazões em massa (Q_m) e em peso (Q_G).

$$Q_m = \frac{m}{t} \quad \text{onde } m = \text{massa de fluido}$$

$$Q_G = \frac{G}{t} \quad \text{onde } G = \text{peso de fluido}$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Outras definições:

Pela equação:

$$Q_m = v_m A \quad \text{mas} \quad Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t}$$

Logo:

$$Q_m = \rho Q = \rho v_m A \quad (\text{Vazão em massa})$$

e

$$Q_G = \frac{G}{t} = \frac{\gamma W}{t}$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Outras definições:

Ou

$$Q_G = \gamma Q = \gamma_m A \quad (\text{Vazão em peso})$$

Por outro lado,

$$Q_G = \gamma Q = \rho g Q$$

e

$$Q_G = g Q_m$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

★ As unidades de vazão em massa serão kg/s , kg/h e qualquer outra que indique massa por unidade de tempo.

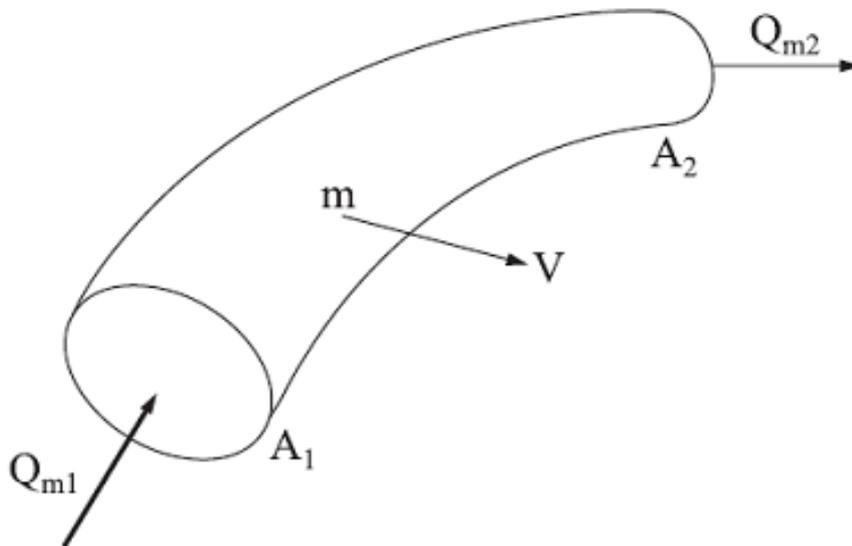
★ As unidades de vazão em peso serão kgf/s , N/s , kgf/h e qualquer outra que indique peso por unidade de tempo.

EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE PARA REGIME PERMANENTE

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Seja o escoamento de um fluido por um tubo de corrente conforme mostrado na figura abaixo. Num tubo de corrente não pode haver fluxo lateral de massa.



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Seja a vazão em massa na seção de entrada Q_{m1} e na saída Q_{m2} .

Para que o regime seja permanente, é necessário que não haja variação de propriedades, em nenhum ponto do fluido, com o tempo.

Se, por absurdo, $Q_{m1} \neq Q_{m2}$, então em algum ponto interno ao tubo de corrente haveria ou redução ou acúmulo de massa.

Dessa forma, a massa específica nesse ponto variaria com o tempo, o que contrariaria a hipótese de regime permanente.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Logo:

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$$

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

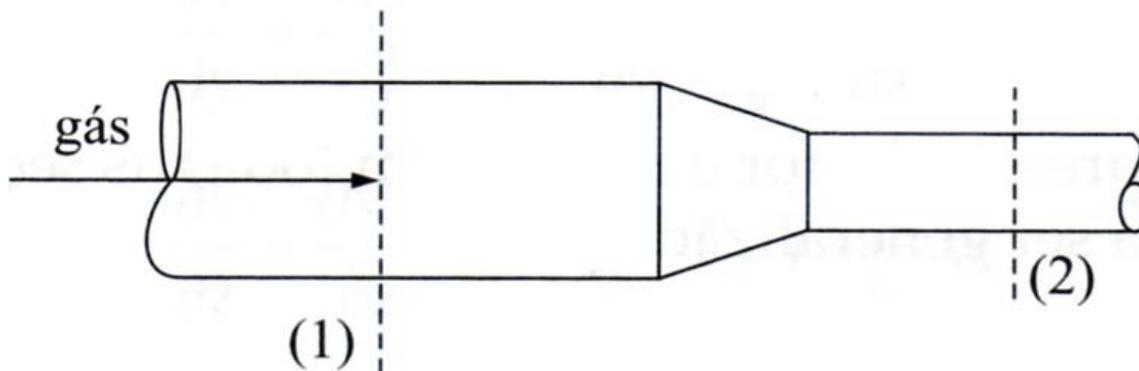
Essa é a equação da continuidade para um fluido qualquer permanente.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

EXEMPLO 1

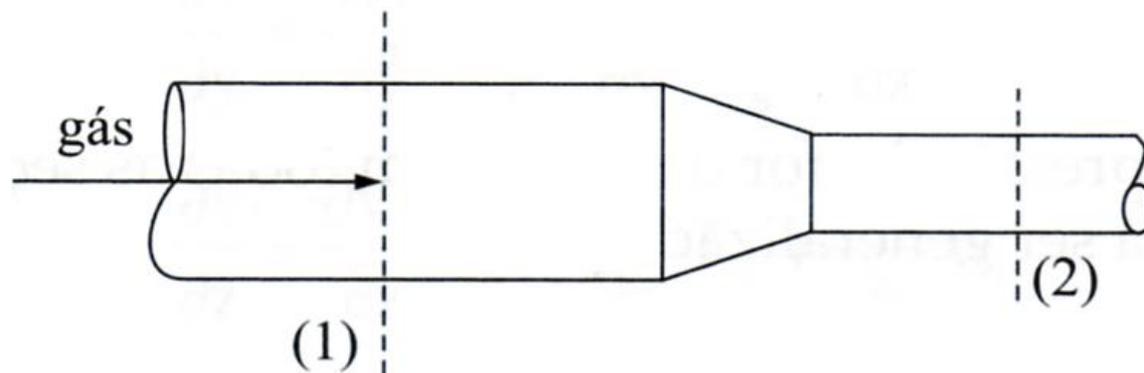
Um gás escoa em regime permanente no trecho de tubulação da figura. Na seção (1), tem-se $A_1 = 20 \text{ cm}^2$, $\rho_1 = 4 \text{ kg/m}^3$ e $v_1 = 30 \text{ m/s}$. Na seção (2), $A_2 = 10 \text{ cm}^2$ e $\rho_2 = 12 \text{ kg/m}^3$. Qual a velocidade na seção (2)?



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

EXEMPLO 1 - RESOLUÇÃO



$$Qm_1 = Qm_2$$

$$\text{Logo: } \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$$

$$\text{Ou: } v_2 = v_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{A_1}{A_2}$$

$$v_2 = 30 \times \frac{4}{12} \times \frac{20}{10} = 20 \text{ m/s}$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Se o fluido for incompressível, então a massa específica na entrada e na saída do volume V deverá ser a mesma. Dessa forma, a equação da continuidade ficará:

$$\rho Q_1 = \rho Q_2$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$\boxed{v_1 A_1 = v_2 A_2}$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Logo, a vazão em volume de um fluido incompressível é a mesma em qualquer seção do escoamento. A equação anterior é a equação da continuidade para um fluido incompressível.

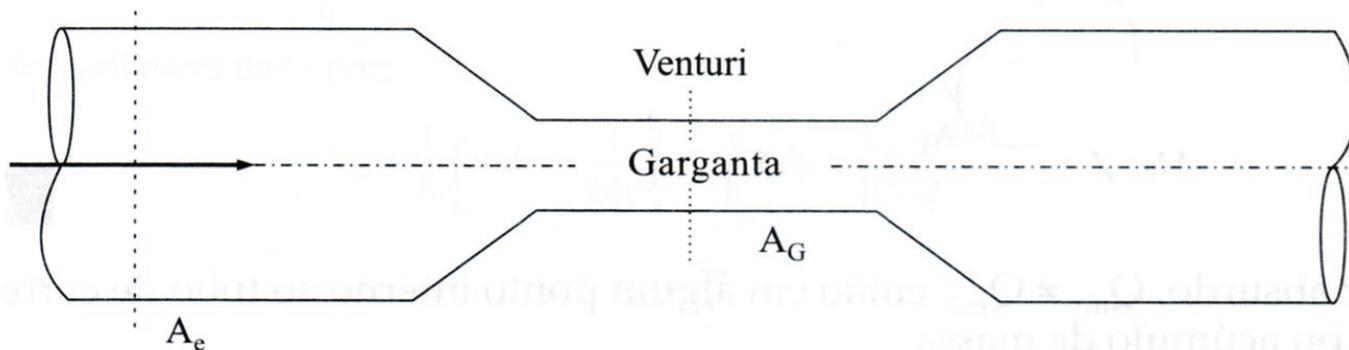
Fica subentendido que v_1 e v_2 são as velocidades médias nas seções (1) e (2). A equação $v_1 A_1 = v_2 A_2$ mostra que, ao longo do escoamento, velocidades médias e áreas são inversamente proporcionais, isto é, à diminuição da área correspondem aumentos da velocidade média na seção e vice-versa.

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

EXEMPLO 2

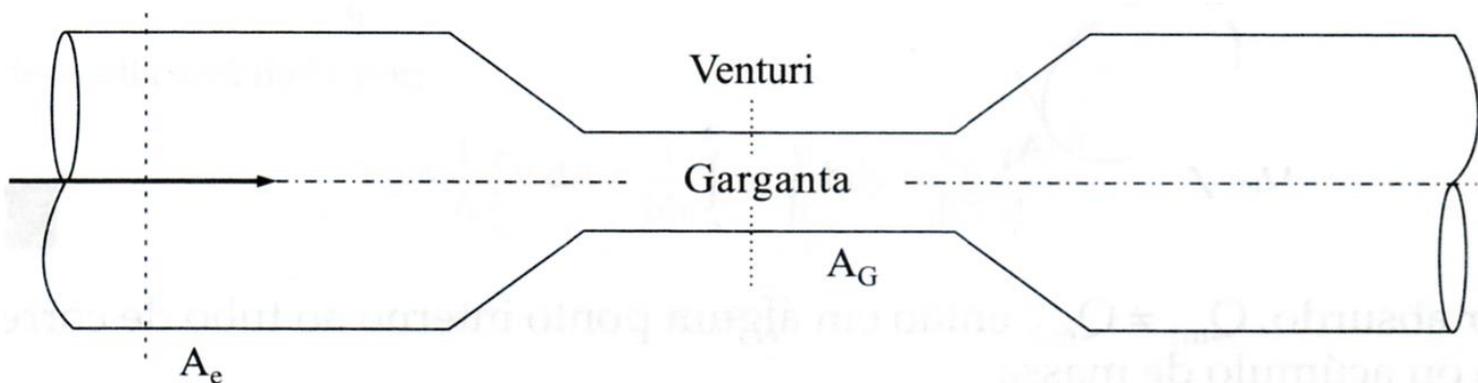
O Venturi é um tubo convergente/divergente, como é mostrado na figura. Determinar a velocidade na seção mínima (garganta) de área 5 cm^2 , se na seção de entrada de área 20 cm^2 a velocidade é 2 m/s . O fluido é incompressível.



CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

EXEMPLO 2 - RESOLUÇÃO



$$v_e \times A_e = v_G \times A_G$$

$$v_G = v_E \times \frac{A_E}{A_G} \quad \Rightarrow \quad v_G = 2 \times \frac{20}{50} = 8 \text{ m/s}$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Para o caso de **diversas entradas e saídas de fluido**, a equação $\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$ pode ser generalizada por uma somatória de vazões em massa na entrada (e) e outra na saída (s), isto é:

$$\sum_e \dot{Q}_m = \sum_s \dot{Q}_m$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Se o fluido for **incompressível** e for o mesmo em todas as seções, isto é, se for homogêneo, a equação $v_1 A_1 = v_2 A_2$ poderá ser generalizada por:

$$\sum_e Q = \sum_s Q$$

CINEMÁTICA DOS FLUIDOS

Equação da continuidade para regime permanente

Apesar de a equação $\sum_e Q_m = \sum_s Q_m$ só poder chegar à equação

$\sum_e Q = \sum_s Q$ quando se tratar de um único fluido, pode-se verificar que é

válida também para diversos fluidos, desde que sejam todos incompressíveis.

✓ Exemplo de mistura de fluídos.

(OBS: faremos um exercício sobre esse assunto mais adiante!!!)

Exercícios:

EXERCÍCIO 1: Um gás ($\gamma = 5 \text{ N/m}^3$) escoia em regime permanente com uma vazão de 5 kg/s pela seção A de um conduto retangular de seção constante de $0,5 \text{ m}$ por 1 m . Em uma seção B, o peso específico do gás é 10 N/m^3 . Qual será a velocidade média do escoamento nas seções A e B?

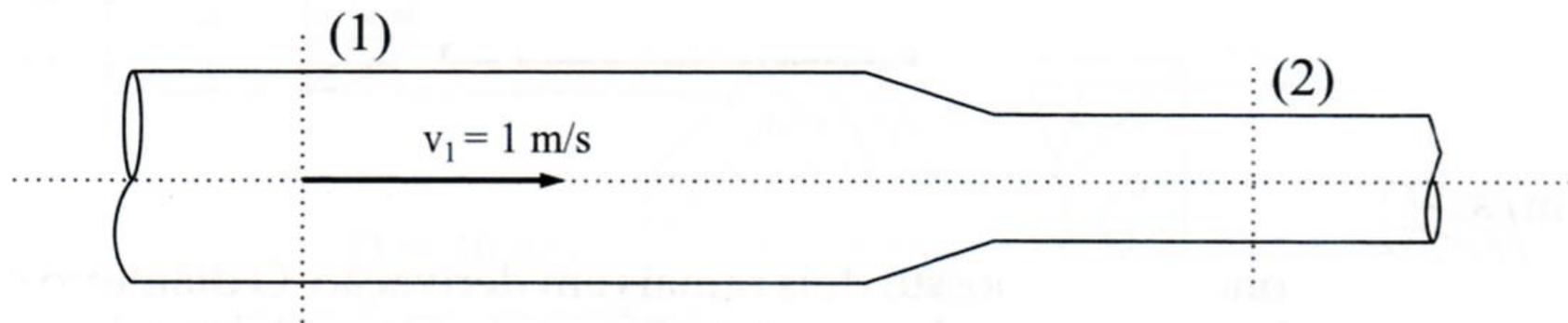
(Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$).

(Resposta: $v_A = 20 \text{ m/s}$; $v_B = 10 \text{ m/s}$)

EXERCÍCIO 2: Uma torneira enche de água um tanque, cuja capacidade é 6.000 L, em 1 h e 40 min. Determinar a vazão em volume, em massa e em peso em unidade do SI se $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$.

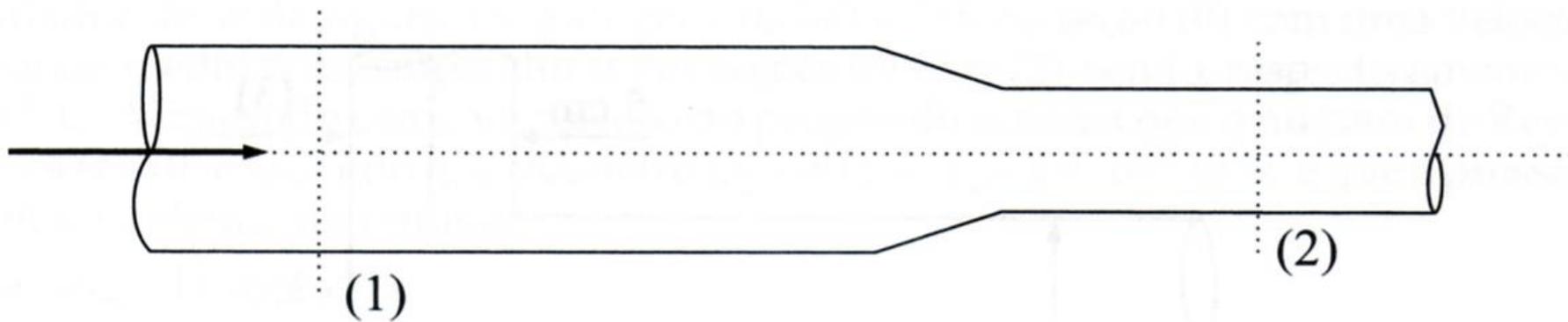
(Resposta: $Q = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_m = 1 \text{ kg/s}$; $Q_G = 10 \text{ N/s}$)

EXERCÍCIO 3: No tubo da figura, determinar a vazão em volume, em massa, em peso e a velocidade média na seção (2), sabendo que o fluido é a água e que $A_1 = 10 \text{ cm}^2$ e $A_2 = 5 \text{ cm}^2$. (Dados: $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1.000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)



(Resposta: $Q = 1 \text{ L/s}$; $Q_m = 1 \text{ kg/s}$; $Q_G = 10 \text{ N/s}$; $v_2 = 2 \text{ m/s}$)

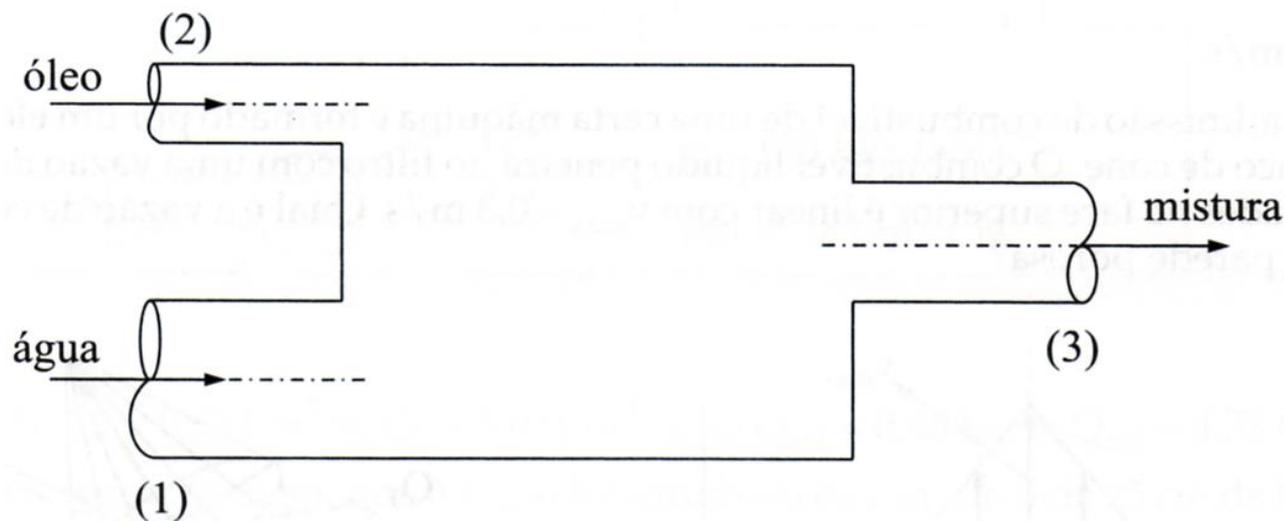
EXERCÍCIO 4: O ar escoar num tubo convergente. A área da maior seção do tubo é 20 cm^2 e a da menor é 10 cm^2 . A massa específica do ar na seção (1) é $1,2 \text{ kg/m}^3$, enquanto na seção (2) é $0,9 \text{ kg/m}^3$. Sendo a velocidade na seção (1) 10 m/s , determinar as vazões em massa, volume, em peso e a velocidade média na seção (2).



(Resp: $v_2 = 26,7 \text{ m/s}$; $Q_m = 2,4 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$; $Q_1 = 0,02 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_2 = 0,0267 \text{ m}^3/\text{s}$;
 $Q_G = 0,24 \text{ N/s}$)

EXERCÍCIO 5: Um tubo admite água ($\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$) num reservatório com uma vazão de 20 L/s. No mesmo reservatório é trazido óleo ($\rho = 800 \text{ kg/m}^3$) por outro tubo com uma vazão de 10 L/s. A mistura homogênea formada é descarregada por um tubo cuja seção tem uma área de 30 cm^2 . Determinar a massa específica da mistura no tubo de descarga e sua velocidade.

(Resp.: $\rho_3 = 933 \text{ kg/m}^3$; $v_3 = 10 \text{ m/s}$)



EXERCÍCIO 6: Água é descarregada de um tanque cúbico de 5 m de aresta por um tubo de 5 cm de diâmetro. A vazão no tubo é 10 L/s. Determinar a velocidade de descida da superfície livre da água do tanque e, supondo desprezível a variação da vazão, determinar quanto tempo o nível da água levará para descer 20 cm.

(Resposta: $v = 4 \times 10^{-4} \text{ m/s}$; $t = 500 \text{ s}$)